

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

учащегося 9 класса
муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа №40»
Старооскольского городского округа Белгородской области

Самойлова Мирослава Сергеевича

Педагог-наставник:
учитель математики МАОУ
«Средняя общеобразовательная школа №40»
Разинкова Наталия Сергеевна

9.1. L - число; R - количество
 $3 \cdot L_0 + L_1 + L_2 + L_3$; $10L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = 16$

Суммарное число элементов: $S = 10L_0 + 1R_1 + 2R_2 + 3R_3 + 1R_3 + L_3 (L_0 + L_1 + L_2 + 2L_3)$

$$R_0 + L_1 + L_2 + L_3 = 16 - L_0$$

$$S = 1R_1 + 2R_2 + 3R_3 + L_3 (16 - L_0 + 2L_3)$$

$$S = R_1 + 2R_2 + 3R_3 + 16L_3 - L_0L_3 + 2L_3^2$$

$$S = R_1 + 2R_2 + 3R_3 + 16L_3 - L_0L_3$$

$u_2: R_1 + L_1 = 8$; $R_0 + R_1 + R_2 + R_3 = 16$; Выводим $R_1 + 2R_2 + 3R_3$

$$R_0 = 8 - L_0; R_1 = 8 - L_1; R_2 = 8 - L_2; R_3 = 8 - L_3$$

$$R_1 + 2R_2 + 3R_3 = 18 - L_1 + 2(8 - L_2) + 3(8 - L_3) = 8 - L_1 + 16 - 2L_2 + 24 - 3L_3$$

$$= 48 - L_1 - 2L_2 - 3L_3$$

Максимум S : $R_0 + R_1 + R_2 + R_3 = 16$, т.е. $(8 - L_0) + (8 - L_1) + (8 - L_2) + (8 - L_3) = 16$

$$L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = 16$$

$$32 - (L_0 + L_1 + L_2 + L_3) = 16$$

$$L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = 16$$

Может суммироваться $L_1 + L_2 + L_3$

$$S = 48 - L_1 - 2L_2 - 3L_3$$

Минимум L_1, L_2, L_3 при $L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = 16$; Пусть $L_1 = 0, L_2 = 0$

$$L_3 = 0 \Rightarrow L_0 = 16; L_0 = 16, \text{ но } R_0 = 8 - L_0 = -8 \text{ - не существует} \Rightarrow$$

Итого

$$L_0 = 8; L_1 + L_2 + L_3 = 8; 2R_1 + 4L_3, \text{ при } L_1 + L_2 + L_3 = 8$$

$$\text{минимум } L_1 = 0; L_2 = 0; L_3 = 8 \Rightarrow S = 48 - 0 - 0 - 24 = 24$$

$$R = 0 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 0 + 0 = 0$$

$$L = 16 \cdot 3 = 48; S = 40 + 48 = 88$$

9.2. Максимум: 18 человек. число вырезанных элементов
 из 18 человек: $S = 18K + 15$, где K - число вырезанных
 из 2 человек 18 человек. число вырезанных элементов 18 человек, но
 если 2 человека вырезаны - 29 не вырезаны.

Ответ: 18.

$$9.5 \quad p_1 = a_1 a_2 a_3 a_4; p_2 = a_2 a_3 a_4 a_5; \dots \quad p_3 = a_3 a_4 a_5 a_6; p_4 = a_4 a_5 a_6 a_7$$

$$p_5 = a_5 a_6 a_7 a_8$$

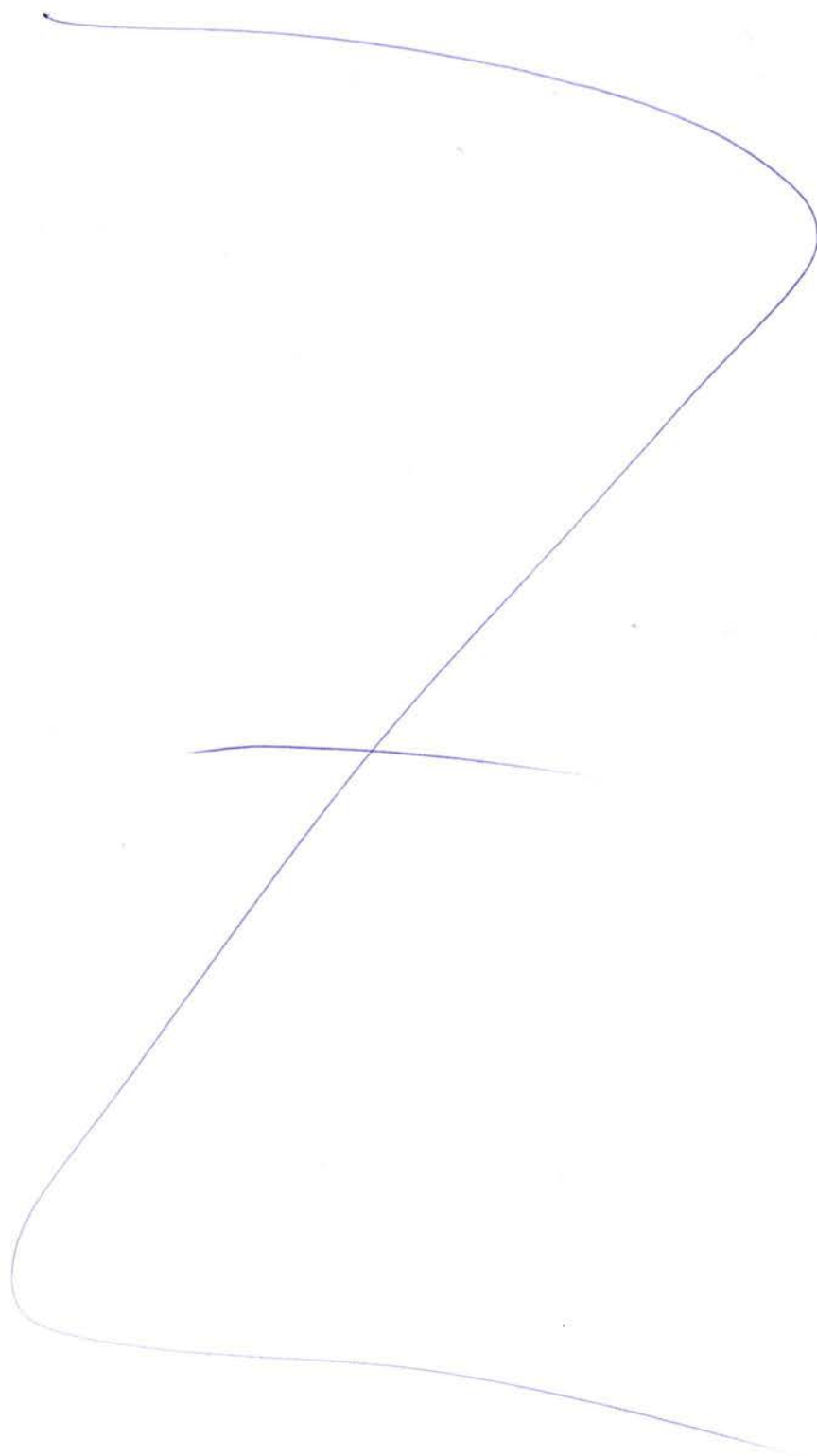
$$p_{j-3} \text{ ~~tangent~~ ; } a_{j-3} a_{j-2} a_{j-1} a_j ;$$

$$p_{j-2} ; a_j - 2 a_{j-1} a_{j+1}$$

$$p_{j-1} ; a_j - a_j a_{j+1} a_{j+2} ;$$

p

09-02



109.62

$$\begin{aligned} p_j - 3 : a_j - 2a_j - 2a_j - 1a_j; \\ p_j - 2a_j - 2a_j - 1a_j a_j + 1; \\ p_j - 1 : a_j - 1a_j a_j + 1 a_j + 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{j-3} : i-3 - \text{индекс.} \\ 2a_j : j - \text{индекс.} \end{aligned}$$

$p_j = a_j a_j + 1a_j + 2a_j + 3$, максимум согласно в преобразование p_1, p_2, \dots, p_{10} конъюнкты a_j вступают в члены 4.

$p_1, p_2, \dots, p_{10} = (a_1 a_2 \dots a_{10})^4$; группой степеней, p_1, \dots, p_{10} - 20 в некоторой степени.

на преобразование: $11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$;
 Пусть $N = a_1 a_2 \dots a_{10}$ - произведение;

$$N^4 = 11 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 20.$$

Разделим каждый элемент на простые множители;

11 - простое 11

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

13 - простое; 14 = 2 * 7; 15 = 3 * 5; 16 = 2^4; 17 - простое;

$$18 = 2 \cdot 3^2; 19 - \text{простое}; 20 = 2^2 \cdot 5;$$

сгруппируем простые множители:

простые $p > 5$: $11^1, 13^1, 17^1, 19^1, 7^1 (7 \cdot 6 \cdot 14)$;

простые 2, 3, 5:

$$\text{степень 2: } 12 : 2^2, 14 : 2^1, 16 : 2^4, 18 : 2^1, 20 : 2^2;$$

$$\text{сумма: } 2 + 1 + 4 + 1 + 2 = 10$$

$$\text{степень 3: } 12 : 3^1, 15 : 3^1, 18 : 3^2 \Rightarrow 1 + 1 + 2 = 4;$$

$$\text{степень 5: } 15 : 5^1, 20 : 5^1 \Rightarrow 1 + 1 = 2;$$

$$\text{степень 7: } 14 : 7^1 \Rightarrow 1^1$$

$$11 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 20 = 2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1$$

$$N^4 = \text{значит } N = (2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1)^{\frac{1}{4}}$$

степени простых в N:

$2^{\frac{10}{4}} = 2^{2.5}$ - не целое; $\Rightarrow N$ не целое $\neq 2, \dots$, т.к. степени
 деления в делителе должны кратны 4, а у нас 10 \Rightarrow нет
 ответа: нецелое.

9.3. Пусть $p = 3^n$, $q = 3^{n+1}$, $r = 3^{n+2}$, $s = 3^{n+3}$,
~~перепиши~~ перепиши уравнение - кепи; найдем ли 2 нечет
 $\{p, s\} - 1$, $ps = 3^n \cdot 3^{n+3}$, $q, r = 3^{n+1} \cdot 3^{n+2}$,
 $\{q, r\} - 2$;

$$ps = qr = 3^{2n+3}$$
$$p+s = 3^{n+1} + 3^{n+3}$$

$$3^n (1+27) = 28 \cdot 3^n - a$$

$$q+r = 3^{n+1} + 3^{n+2} \quad | : 3^n | = 72 \cdot 3^n - 6, \text{ м.к. } a \geq 6; = 7$$

$$3a - 46 = 3 \cdot 28 - 3^n$$

$$3a - 46 = 3 \cdot 28 \cdot 3^1 - 4 \cdot 12 \cdot 3^n = (84 - 48) \cdot 3^n = 36 \cdot 3^n = 4 \cdot 9 \cdot 3^n = 2^2 \cdot 3^{n+2}$$

ответ: 243